УДК 330.341.1

А.Б. Белоцерковский, к.т.н.

СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В УПРАВЛЕНИИ КАЧЕСТВОМ ПРОДУКЦИИ

В статье рассматривается применение статистического приемочного контроля по альтернативному признаку для решения задач управления качеством продукции. Расчеты выполняются с использованием пакета Maple 6.

In the article application of statistical acceptance testing on an alternative sign for the decision of quality management tasks is considered. Package Maple 6 is used for calculations.

Важной задачей является установление для каждого конкретного вида производства экономически обоснованного метода контроля качества продукции. Поскольку точные методы позволяют, в конечном счете, повысить качество продукции, но в то же время требуют, как правило, больших затрат на их осуществление, а приближенные методы менее затратные, но могут пропустить потребителю некачественную продукцию и вызвать соответствующие экономические санкции с его стороны, а также снижение продаж и, в конечном счете, снижение прибыли, то необходимо применение статистических методов контроля качества продукции, которые позволяют свести к минимуму как вероятность ошибочной браковки годной продукции, так и вероятность приемки продукции низкого качества. Целью методов статистического контроля является исключение случайных изменений качества продукции [1-4]. Такие изменения вызываются конкретными причинами, которые нужно установить и устранить.

Статистический приемочный контроль по альтернативному признаку позволяет установить качество продукции путем испытания части изделий: с гарантируемыми вероятностями α - забраковать хорошую партию («риск поставщика») и β - принять негодную партию («риск потребителя»).

По методу контроля различают метод однократной выборки, метод двукратной выборки и метод последовательного анализа. Определение объема выборки и признаков для приемки или браковки продукции по заданным величинам α и β называется составлением плана контроля [1, 4].

При *однократной выборке* определяются объем выборки n_0 и приемочное число ν; если в выборке значение контролируемого параметра $\leq \nu$, то партия принимается, если оно $> \nu$ – бракуется. Если контролируется число (доля) дефектных изделий в выборке приема n_0, общее число дефектных изделий в партии L, а объем партии N, то

$$\alpha = P(M > \nu \mid L = l_0) = 1 - \sum_{m=0}^{\nu} \frac{C_{l_0}^{m} C_{N-l_0}^{n_0-m}}{C_N^{n_0}}; \tag{1}$$

$$\beta = P(M \leq \nu \mid L = l_1) = \sum_{m=0}^{\nu} \frac{C_{l_1}^{m} C_{N-l_1}^{n_0-m}}{C_N^{n_0}}, \tag{2}$$

где значения C_n^m определяются в пакете Maple 6 с помощью специальной математической функции binomial(n,m) [5].

При *двукратной выборке* определяются объемы первой n_1 и второй n_2 выборок и приемочные числа ν_1, ν_2, ν_3 (обычно $\nu_1 < \frac{n_1}{n_1 + n_2}\nu_3 < \nu_2$). Если в первой выборке контролируемый параметр $\leq \nu_1$, то партия принимается, если контролируемый параметр $> \nu_2$, то партия бракуется, в остальных случаях берется вторая выборка. Если определенной по выборке объема (n_1+n_2) значение контролируемого параметра $\leq \nu_3$, то партия принимается, в противном случае – бракуется.

Если контролируется число дефектных изделий в выборке, то

$$\alpha = 1 - \sum_{m_1=0}^{\nu_1} \frac{C_{l_0}^{m_1} C_{N-l_0}^{n_1-m_1}}{C_N^{n_1}} + \sum_{m_1=\nu_1+1}^{\nu_2} \frac{C_{l_0}^{m_1} C_{N-l_0}^{n_1-m_1}}{C_N^{n_1}} \left(1 - \sum_{m_2}^{\nu_3-m_1} \frac{C_{l_0-m_1}^{m_2} C_{N-l_0-n_1+m_1}^{n_2-m_2}}{C_{N-n_1}^{n_2}} \right); \qquad (3)$$

$$\beta = \sum_{m_1=0}^{\nu_1} \frac{C_{l_1}^{m_1} C_{N-l_1}^{n_1-m_1}}{C_N^{n_1}} + \sum_{m_1=\nu_1+1}^{\nu_2} \left[\frac{C_{l_1}^{m_1} C_{N-l_1}^{n_1-m_1}}{C_N^{n_1}} \sum_{m_2}^{\nu_3-m_1} \frac{C_{l_1-m_1}^{m_2} C_{N-l_1-n_1+m_1}^{n_2-m_2}}{C_{N-n_1}^{n_2}} \right]. \qquad (4)$$

При *последовательном анализе А. Вальда* для переменного объема выборки n и случайного значения контролируемого параметра в выборке вычисляется коэффициент правдоподобия γ и контроль продолжается до тех пор, пока γ не выйдет за пределы интервала (B, A), где $B = \frac{\beta}{1-\alpha}$, $A = \frac{1-\beta}{\alpha}$, если $\gamma \le B$, то партия принимается, если $\gamma \ge A$, то партия бракуется, при $B < \gamma < A$ испытания продолжаются.

Если контролируется число m дефектных деталей в выборке, то

$$\gamma = \gamma(n, m) = \frac{C_{l_1}^{m} C_{N-l_1}^{n-m}}{C_{l_0}^{m} C_{N-l_0}^{n-m}}. \qquad (5)$$

В качестве примера рассмотрим следующую задачу [4]. Отливки поступают в механический цех партиями по 100 штук и проходят контроль на качество литья. Если в партии количество бракованных отливок $L \le l_0 = 4$, то партия считается хорошей; если $L \ge l_0 = 28$, то партия должна быть забракована. Найти α и β для контроля по методам однократной выборки при $n_0 = 22$, $\nu = 2$ и двукратной выборки при $n_1 = n_2 = 15$, $\nu_1 = 2$, $\nu_2 = 3$, $\nu_3 = 3$, сравнить их эффективность по среднему числу испытаний; определить пределы интервала (B, A) по методу последовательного анализа, взяв α и β, полученные по методу однократной выборки.

Для проведения расчетов использовался пакет Maple 6 [5]. Фрагмент программы для вычисления гарантируемой вероятности α при однократной выборке по формуле (1) имеет вид:

```
>alpha=evalf(1-sum('(binomial(4,k)*binomial(96,22-k))/
binomial(100,22)','k'=0..2));
```

$$\alpha = .03249877270$$

Применяя формулы (1)- (4) получим следующие результаты:

1. Гарантируемые вероятности для однократной выборки: α=0,0325; β=0,0193.

2. Гарантируемые вероятности для двукратной выборки: α=0,0067; β=0,0100.

3. Средний расход изделий для 100 партий при двукратной выборке: 48,36·15+51,64·30=2275 изделий.

4. Расход изделий при методе однократной выборки равен: 100·22=2200 изделий. Расход изделий при двух методах почти одинаков, но при двукратной выборке значительно меньше вероятности ошибок α и β.

5. Для последовательного анализа пределы интервала для α=0,0325; β=0,0193 имеют вид: A=30,18; B=0,0199; lgA=1,4797; lg B=–1,7005.

Таким образом, результаты численных исследований показали, что применение двукратной выборки дает значительно меньшую вероятность ошибок α и β по сравнению с однократной выборкой, т.е. снижает риски поставщика и потребителя, поэтому является экономически обоснованным.

Список использованных источников: **1.** Управление качеством. Под ред. С.Д. Ильенковой. – М.: Банки и биржи, ЮНИТИ, 1999. – 199 с. **2.** Саката Сиро. Практическое руководство по управлению качеством. – М.: Машиностроение, 1980. – 215 с. **3.** Фейгенбаум А. Контроль качества продукции. – М.: Экономика, 1986. – 471 с. **4.** Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций. Под ред. А.А. Свешникова. – М.: Наука, 1970. – 656 с. **5.** Дьяконов В. Maple 6: учебный курс. – СПб.: Питер, 2001. – 608 с.